

ISEN
NANTES

Date
23/09/2025

DS
n° 1
Matière
Mathématiques
Durée
1h30

Classe
CIR/CENT 1
Sujet
Nombres complexes
Enseignante
Florence LOUAZEL

INFORMATIONS ÉLÈVE

Nom : Prénom : Classe :

Aménagement
d'épreuve

OUI

☐

NON

☐

DOCUMENTS AUTORISÉS

Autres documents

OUI

☐

NON

☒

Calculatrice

OUI

☐

NON

☒

Les exercices sont indépendants.

On portera une attention particulière à la rédaction.

SUJET

Question:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Total
Points:	2	2	4	1½	1	3	4	1	1½	0	0	20
Bonus Points:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	½	1½	2
Score:												

Le cheminement de votre pensée doit être apparent, autrement dit : il faut justifier ses réponses.
Le barème est donné à titre indicatif, et des points seront attribués pour la présentation et la rédaction de la copie.

En particulier, mettez vos résultats en valeur, par exemple en les soulignant ou **surlignant** d'une autre couleur ou en les encadrant.

Niveau de confiance : À côté de chaque question, vous trouverez une case ☐ Élève
Vous devez indiquer selon votre ressenti :

- coche (✓) si vous êtes **certain de votre réponse**,
- vague (∼) si vous êtes **mitigé ou incertain**,
- croix (✗) si vous pensez que votre réponse est **fausse**.

Exercice 1.

1. (2 points) Dans le plan complexe, placer les points A , B , C et D d'affixes respectives $z_A = 3e^{-\frac{\pi}{4}i}$, $z_B = -1 - i\sqrt{3}$, $z_C = -2e^{\frac{5i\pi}{4}}$ et $z_D = \overline{z_B}$. ☐ Élève
☐ Prof

Exercice 2.

2. (2 points) Résoudre l'équation ☐ Élève
☐ Prof

$$(3 - 5i)z + 5 - 4i = iz$$

On exprimera le résultat sous forme algébrique.

Exercice 3.

3. (4 points) Résoudre le système suivant dans $\mathbb{C}$: $(S) \begin{cases} (2+i)z + (1-i)u &= -6 - 2i \\ (1-2i)z + (3+i)u &= -10 - 8i \end{cases}$ ☐ Élève
☐ Prof

Exercice 4.

4. ($1\frac{1}{2}$ points) Sans calculs (mais en justifiant), déterminer si les nombres suivants sont réels ou imaginaires purs : ☐ Élève
☐ Prof

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{(1-i)(5+3i)}{(1+7i)(2+4i)} + \frac{(1+i)(5-3i)}{(1-7i)(2-4i)} \\ z_2 &= \frac{(1-i)(5+3i)}{(1+7i)(2+4i)} - \frac{(1+i)(5-3i)}{(1-7i)(2-4i)} \\ z_3 &= \frac{(1-i)(5+3i)}{(1+7i)(2+4i)} \times \frac{(1+i)(5-3i)}{(1-7i)(2-4i)} \end{aligned}$$

Exercice 5. Soient $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$, $z_2 = -1 + i$ et $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$ des nombres complexes.

5. (1 point) Écrire z_3 sous forme algébrique.
 6. (3 points) Écrire z_1 , z_2 et z_3 sous forme trigonométrique, puis exponentielle.
 7. (4 points) Déterminer la forme algébrique de z_3^{1800} . ☐ Élève
☐ Prof
Indication : $1800 = 150 \times 12$

Exercice 6. Transformation de Cayley Soient $\theta, \theta' \in \mathbb{R}$.

8. (1 point) Factoriser les nombres $z_1 = e^{i\theta} + e^{i\theta'}$ et $z_2 = 1 + e^{i\theta}e^{i\theta'}$ par $e^{i\frac{\theta+\theta'}{2}}$. ☐ Élève
☐ Prof

Soient z et z' deux nombres complexes de module 1.

9. ($1\frac{1}{2}$ points) Démontrer que le nombre $\frac{z+z'}{1+zz'}$ est un nombre réel, et préciser son module. ☐ Élève
☐ Prof

Questions bonus

10. ($\frac{1}{2}$ point (bonus)) Rappeler les formules d'Euler.
 11. ($1\frac{1}{2}$ points (bonus)) Linéariser $\cos^4(x)$.